Mathématiques : Logrithmes.

$\forall \boldsymbol{x} > 0, \exists$ *un unique* $y \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{tel\ que\ e^y = x}$
$\boldsymbol{Le\ nombre\ y\ dont\ l'exponentielle\ est\ x\ est\ appel}$é $\boldsymbol{logarithme\ n}$é$\boldsymbol{p}$é$\boldsymbol{rien\ de\ x}$.
$\boldsymbol{on\ note\ y = \ln(x)}$

Propriétés :

$-\forall(a,b) \in \mathbb{R}^2, \forall n \in \mathbb{Z},$

$\ln(a * b) = \ln(a) + \ln(ab)$

$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

$\ln(a^n) = n * \ln(a)$

Etude de la fonction :

$$La\ fonction \ln est\ dérivable\ sur\ ]0;+\infty[, et\ \forall x > 0, ln'(x) = \frac{1}{x}.$$

$$La\ fonction \ln est\ strictement\ croissante\ sur\ ]0;+\infty[$$

Limites : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

$\lim_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim_{x\to0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$

$\lim_{x\to0^+} x^n * \ln(x) = 0$

$\lim_{x\to0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

Théorèmes de résolution d'équations :

Ln est une bijection strictement croissante de $]0;+\infty[\ dans\ \mathbb{R}$, donc :

$\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b > 0$

$\ln(a) < \ln(b) \Leftrightarrow 0 < a < b$

Fonctions ln ○ u

La fonction ln○u est définie pour tout x réel de Du, tel que u(x)>0

$Df = \{x \in \mathbb{R}, x \in D_u \ et \ u(x) > 0\}$

Si u est définie et dérivable et strictement positif sur I, alors ln○u est dérivable sur I

$(ln \circ u)' = \frac{u'}{u}$