

Mathématiques : Puissances

$$\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R},$$

$$\text{On note : } a^b = e^{b \cdot \ln(a)}$$

$$\forall a \in \mathbb{R}, e^a > 0, \text{ donc } a^b > 0$$

Théorèmes :

$$-\forall (a, a') \in \mathbb{R}^{+*}, \forall (b, b') \in \mathbb{R}^2,$$

$$1^b = 1 \text{ et } a^0 = 1$$

$$a^b a^{b'} = a^{b+b'}$$

$$(aa')^b = a^b a'^b$$

$$(a^b)^{b'} = a^{bb'}$$

$$\frac{a^b}{a^{b'}} = a^{b-b'}$$

$$\frac{a^b}{a'^b} = \left(\frac{a}{a'}\right)^b$$

Fonction exponentielle de base a :

Soit $a \in \mathbb{R}^{+*}$,

La fonction, définie sur \mathbb{R} , par $x \rightarrow a^x$ est appelée exponentielle de base a , et notée :

$$\exp_a \cdot \quad \exp_a(x) = a^x = e^{x \cdot \ln(a)}$$

Cette fonction est dérivable sur \mathbb{R} et $\exp_a'(x) = a^x \ln(a)$

Fonctions puissance :

Soit $n \in \mathbb{N}$, $x \rightarrow x^n$ est définie sur \mathbb{R}

Soit $n \in \mathbb{N}$, $x \rightarrow x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ est définie sur \mathbb{R}^*

Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}^{+*}$,

On note $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$