

Mathématiques : Exponentielles

On note \exp la fonction exponentielle.

On note e le nombre $\exp(1)$; On a $e \approx 2.718281828$

Propriétés :

La fonction $x \rightarrow e^x$ est strictement croissante et positive sur \mathbb{R}

$$-\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \forall n \in \mathbb{Z},$$

$$e^{x+y} = e^x * e^y$$

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$e^{na} = e^{n^a}$$

Limites : ($\forall n \in \mathbb{N}^*$)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Au voisinage de 0, la fonction $x \rightarrow 1+x$ est la meilleure approximation affine de \exp .

Composés $\exp \circ u$:

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} . Alors, la fonction composée $\exp \circ u$ est dérivable sur I , et : $(e^u)' = u'e^u$

Théorèmes de résolution d'équations :

$$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$

$$e^a > e^b \Leftrightarrow a > b$$

$$e^a \geq e^b \Leftrightarrow a \geq b$$