Mathématiques : Vecteurs dans l'espace

I) Généralités

Deux points définissent une droite.
Trois points non alignés définissent un plan.

Deux droites peuvent être :
- -Coplanaires (elles sont alors parallèles ou sécantes ou confondus)
- -Non coplanaires, elles n'ont alors aucun point commun

Deux plans peuvent être :
- -Sécantes : leur intersection est une droite
- -Parallèles (strictement) : leur intersection est vide
- -Confondus : leur intersection est le plan

Une droite et un plan peuvent être :
- -Sécantes : leur intersection est un point
- -Parallèles (strictement) : leur intersection est vide
- -La droite peut-être incluse dans le plan.

Parallélisme & orthogonalité:

Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elle.

Deux plans parallèles à une même droite sont parallèles entre eux.

Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'une est sécant à l'autre, et les deux droites d'intersection sont parallèles.

Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Une droite orthogonale à un plan est orthogonale à toutes les droites du plan.

Le plan médiateur d'un segment [AB] est le plan des points équidistants de A et de B. Celui –ci est orthogonal à (AB).

II) Vecteurs de l'espace :

Définition :

A tout couple (A,B) de l'espace, on associe le vecteur $\overrightarrow{AB}$
Si A≠B, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a :
- -pour direction la droite (AB)
- -pour sens de A vers B
- -pour valeur $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

Théorèmes:

- Soit A, B, C, D, 4 points de l'espace. Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à dire que [AD] et [BC] ont le même milieu.

- Etant donné un vecteur $\vec{u}$ de l'espace, et A un point de l'espasce, alors il existe un unique point B tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

Vecteurs coplanaires :

- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, et\ \overrightarrow{AD}$ sont coplanaires si et seulement si les points A, B, C et D sont coplanaires.

Règles de calcul :

Les règles de calcul sont les mêmes que dans le plan :

Relation de Chasles :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, = \overrightarrow{AC}$$

Règle de parallélogramme :

$$Si\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\ alors\ ABDC\ est\ un\ parallélogramme$$

Addition :

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$
$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$
$$\vec{u} + \vec{o} = \vec{o} + \vec{u} = \vec{u}$$

Soustraction :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

Multiplication (par un réel):

$$Si\ \vec{u}\ est\ un\ vecteur\ et\ k\ un\ réel, alors :$$
$$Si\ k = 0, ou\ \vec{u} = \vec{o}, alors\ k\vec{u} = \vec{o}$$
$$Sinon, k\vec{u}\ est\ le\ vecteur$$
$$-de\ même\ direction\ que\ \vec{u},$$
$$-de\ même\ sens\ si\ k > 0, de\ sens\ contraire\ sinon$$
$$-de\ valeur\ |k| * \|\vec{u}\|$$

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires, s'il existe un réel k, tel que $\vec{u} = k\vec{v}$

Trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont dits coplanaires s'il existe α et β tel que $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$