Mathématiques : Derivations

Dérivabilité

En un point :

Définition : -Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$
-Soit a un réel appartenant à I

Alors, la fonction f est dérivable en I si et seulement si :

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \; a \; pour \; limite \; un \; réel \; l$$

Ce nombre l s'appelle le nombre dérivé de f en a, et est noté f'(a)

Sur un intervalle :

Définition : -la fonction f est dérivable sur un intervalle I, si, pour réel a de I, f est dérivable en A.

Fonction dérivée :

Définition : -Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I, alors on appelle fonction dérivée de f, notée f ', la fonction définie sur I par x→f'(x)

Opérations :

Soit u et v deux fonctions définies et dérivables sur D, et soit k un réel, alors, les fonctions u+v, ku, kv, et uv sont dérivables, et :

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Si v ne s'annule pas sur I, alors :

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = -\frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Dérivées usuelles :

Fonction (x→…)	Définie sur	Dérivable sur	Fonction dérivée (x→…)
$x \to n$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \to 0$
$x \to x^n$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \to nx^{n-1}$
$x \to \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$]-\infty; 0[\ et\ ]0; +\infty[$	$x \to \frac{-1}{x^2}$
$x \to \frac{1}{x^n}$	$\mathbb{R}^*$	$]-\infty; 0[\ et\ ]0; +\infty[$	$x \to \frac{n}{x^{n+1}}$
$x \to \sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+$	$]0; +\infty[$	$x \to \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x \to \sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \to \cos(x)$
$x \to \cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$x \to -\sin(x)$

Dérivées de fonctions composées :

Théorème :

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I, donnant valeurs dans J (J=f(I))
Soit g une fonction définie et dérivable sur J, alors, la fonction (fog) est dérivable, et

$$(g \circ f)' = (g' \circ f) * f'$$